

Bayessche Entscheidungsanalyse zur Optimierung der Bohrtiefe: Anwendung von Loss-Funktionen zur Reduktion erwarteter Verluste in der geothermischen Exploration

Lars Pöschko^{1,2}, Jan Niederau², Florian Wellmann^{1,2}, Michael Kettermann²

(1) Lehrstuhl für Numerische Geowissenschaften, Geothermie und Reservoirgeophysik, CG3, RWTH Aachen,

(2) Fraunhofer IEG, Fraunhofer-Einrichtung für Energieinfrastrukturen und Geothermie IEG, Aachen

Keywords: Geothermie, Loss Function, Expected loss, Bohrkosten, Risikoentscheidung, Bohrtiefe

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden kombinierte Ansätze von Loss Functions und probabilistischer Modellierung auf die Geothermie übertragen und in einer Fallstudie zur Tiefengeothermie in Straelen angewendet. Der Fokus liegt dabei auf der Frage, wie Entscheidungstragende mit unterschiedlichen Risikoneigungen eine optimale Bohrtiefe bei unsicheren Reservoirtiefen abschätzen können. Dazu wird eine benutzerdefinierte Loss Function der Bohrtiefe entwickelt, die eine Abschätzung möglicher Verluste auf Basis der Prior- und Posterior-Verteilungen unsicherer Reservoirtiefen ermöglicht. Die Integration neuer geologischer Daten, welche mittels der Seismik Niederrhein durch den Geologischen Dienst NRW erhoben wurde, ermöglicht die Erstellung besagter Posterior-Wahrscheinlichkeitsverteilung, welche die Unsicherheiten der Prior-Verteilung aktualisiert und reduziert. Die Resultate belegen, dass durch die Integration neuer Daten und einer probabilistischen Modellierung eine Reduktion der Unsicherheit erzielt werden kann, wodurch die prognostizierten Verluste bei Fehleinschätzung ebenfalls reduziert werden können. Dies führt zu einer zuverlässigeren Entscheidungsgrundlage im Kontext weiterer Explorationsmaßnahmen.

1. Einleitung

Die Geothermie stellt eine grundlastfähige, erneuerbare Energiequelle für die Wärmeversorgung in Deutschland dar (Clauser, 1997). Das Bundesland Nordrhein-Westfalen strebt an, bis 2045 etwa 15 %–20 % des Wärmebedarfs durch Geothermie zu decken (Ministerium für Wirtschaft, Industrie, Klimaschutz und Energie des Landes Nordrhein-Westfalen, 2024). Für eine erfolgreiche Umsetzung dieser Ziele, ist es in der Explorationsphase eines Geothermie-Projekts daher von entscheidender Bedeutung, existierende geologische Unsicherheiten und deren Auswirkungen auf das Projekt zu quantifizieren. Die Berücksichtigung und Minimierung dieser Unsicherheiten sind unabdingbar, um fundierte Entscheidungen bei der Auswahl von Bohrzielen zu treffen.

Loss Functions (zu Deutsch: Verlustfunktionen) stellen ein robustes Instrument zur Optimierung von Entscheidungen unter Unsicherheit dar (Pyrzcz, 2022). In Kombination mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen unsicherer Parameter ermöglichen sie die Berechnung erwarteter Verluste bei Fehleinschätzungen von Entscheidungen, und somit die Abschätzung optimaler Entscheidungen. Der Ansatz wird in unterschiedlichen Disziplinen, wie in der Medizin, im Finanzwesen und in den Geowissenschaften genutzt (Davidson-Pilon, 2015; Pyrcz, 2022; Stamm et al., 2019; Wakefield, 1994). Durch die Kombination mit Bayesschen Methoden lässt sich die Quantifizierung von Unsicherheiten und Auswirkungen auf Entscheidungsfindung in der Explorationsphase verbinden (Stamm et al., 2019). Diese Kombination von Methoden wird in dieser Arbeit auf die Geothermie angewendet. Am Beispiel des Projektes Straelen (Kettermann et al., 2023), werden

Verlustfunktionen mit Tiefenabschätzungen des Massenkalks kombiniert. Die Integration neuerer Interpretationen der Niederrheinseismik (Geologischer Dienst Nordrhein-Westfalen, 2024) ermöglicht eine Aktualisierung der Tiefenunsicherheiten und der, nach Loss Function Analyse, optimal anzuvisierenden Bohrtiefe.

2. Theoretischer Hintergrund

2.1 Bohrtiefe im Geothermie-Projekt Straelen

Das Projektgebiet dieser Studie befindet sich in Straelen, Nordrhein-Westfalen, wo ein Hauptmotivator für die Studie die Dekarbonisierung der Wärmeversorgung von Gartenbaubetrieben (Paitazoglou et al., 2023). Ein potentieller geothermischer Zielhorizont in Straelen ist der Massenkalk, einem Karbonatkomplex, der sich im Devon gebildet hat (Krebs, 1970). Auf Basis von 2D-seismischen Linien aus den Niederlanden (SCAN 029) erfolgte eine erste Version eines geologischen Strukturmodells (Kettermann et al., 2023). Die dort abgeleiteten Tiefenunsicherheiten werden in dieser Studie als Prior-Verteilung genutzt. Durch die Seismik Niederrhein (Geologischer Dienst Nordrhein-Westfalen, 2024) gewonnenen Informationen wurde diese Prior-Verteilung aktualisiert. Eine Übersicht der im Projektgebiet vorhandenen 2D-Seismiklinien ist in Abbildung Abb. 1 dargestellt.

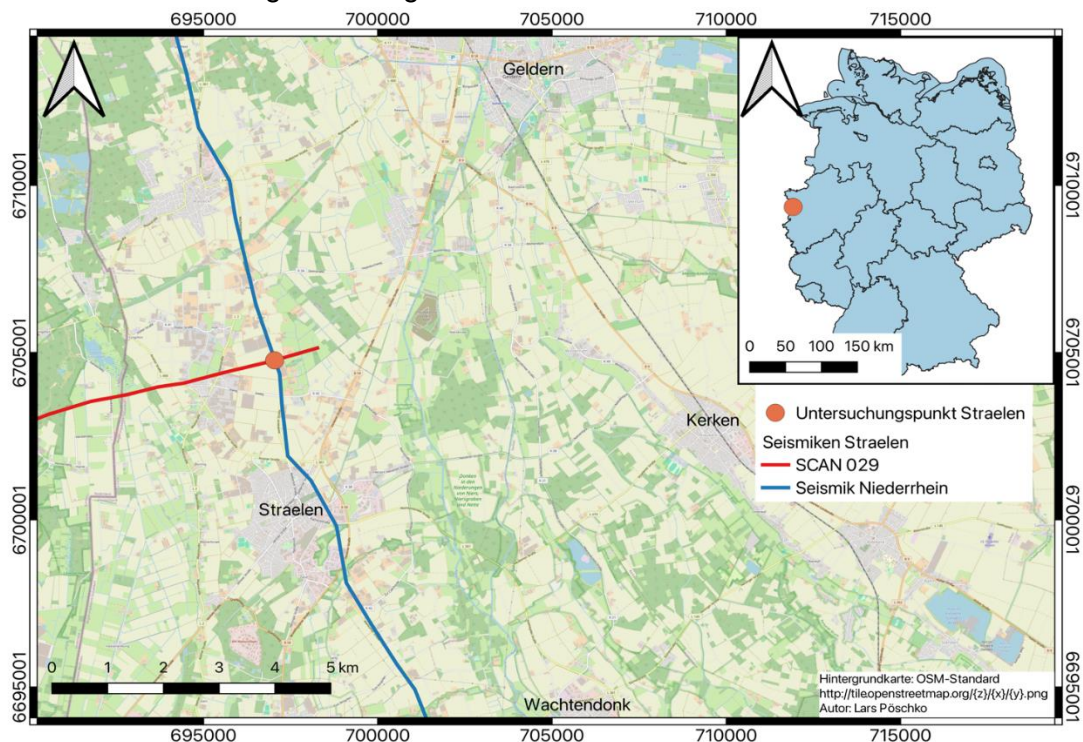


Abb. 1: Übersichtskarte und Detailkarte des Untersuchungsgebiets Straelen: In der rechten oberen Ecke ist eine Übersichtskarte von Deutschland dargestellt, auf der das Untersuchungsgebiet Straelen hervorgehoben ist. Die Detailkarte zeigt die zwei seismischen Linien, die durch Straelen laufen SCAN 029 und Seismik Niederrhein sowie den markierten Untersuchungspunkt, welcher den potenziellen Bohrplatz darstellt.

Aus den Untersuchungsergebnissen von Kettermann et al. (2023) lässt sich ableiten, dass der Massenkalk unter Auswertung der "SCAN 029" Seismik am Untersuchungspunkt in einer Tiefe von 1400 m liegt und eine Mächtigkeit von ca. 300 m aufweist. In einer MonteCarlo Simulation der zu erwartenden thermischen Leistungen wurde für die Tiefe ein Fehler von zehn Prozent angenommen (Kettermann et al., 2023). Die Untersuchung der Tiefenunsicherheit ist von

Bedeutung, da Bohrkosten in Geothermie-Projekten den größten Kostenfaktor der Investitionskosten ausmachen (Reber, 2013) und machen somit einen erheblichen Teil der Wärmegestehungskosten aus (Beckers et al., 2014; Reber, 2013).

2.2 Loss Functions und erwarteter Verlust

Ziel der Benutzung von Loss Function ist es, den erwarteten Verlust bei Fehleinschätzungen zu minimieren, welche in Anbetracht unsicherer Parameter nahezu unvermeidbar sind. In der Bayesschen Risikoanalyse spielen sie eine zentrale Rolle. Dabei wird das Risiko durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung unsicherer Parameter modelliert (Berger, 1985). Loss Functions (L) sind über die Differenz eines tatsächlichen Parameterwertes (θ) und der Schätzung des Parameters ($\hat{\theta}$) definiert. Die Genauigkeit der Parameterschätzung ($\hat{\theta}$) nimmt mit zunehmendem Verlust ab (Berger, 1985; Davidson-Pilon, 2015). Die grundlegendsten Formen der Loss Functions sind die absolute Loss Function (1) und die quadratische Loss Function (2), wobei kleinere Fehlschätzungen in der absoluten Loss Function, größere Fehleinschätzungen in der quadratischen Loss Function stärker gewichtet werden.

$$L(\theta, \hat{\theta}) = |\theta - \hat{\theta}| \quad (1)$$

$$L(\theta, \hat{\theta}) = (\theta - \hat{\theta})^2 \quad (2)$$

Die geschätzten Parameter können dabei über- bzw. unterschätzt werden, wobei bei symmetrischen Loss Functions die Residuen gleichermaßen gewichtet werden (Hennig & Kutlukaya, 2007). Da in der Realität Über- oder Unterschätzung unterschiedlich starke Auswirkungen haben, sind Loss Functions in der Realität nicht symmetrisch (Weber, 1994). Beispiele für asymmetrische Loss Function sind die LINEX-Loss Function, die Huber-Loss Function oder benutzerdefinierte Loss Functions (Huber, 1964; Stamm et al., 2019; Varian, 1975).

In den allermeisten praktischen Anwendungsfällen, ist der wahre Parameterwert ebenfalls unbekannt, weshalb der erwartete Verlust als Funktion über die gesamte Wahrscheinlichkeitsverteilung berechnet wird, das Ergebnis also einen mittleren Verlust widerspiegelt (Gleichung (3)) (Davidson-Pilon, 2015):

$$l(\hat{\theta}) = E_{\theta}[L(\theta, \hat{\theta})] \quad (3)$$

Hierbei gibt E_{θ} den Erwartungswert mit der unbekanntem Variable θ an. Nach dem Gesetz der Großen Zahlen kann nun der erwartete Verlust über eine ganze Verteilung bestimmt werden (Davidson-Pilon, 2015):

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(\theta, \hat{\theta}) \approx E_{\theta}[L(\theta, \hat{\theta})] = l(\hat{\theta}) \quad (4)$$

Nach (Pyrzcz, 2022) kann der zu erwartende Verlust durch eine diskrete Annäherung unter Zuhilfenahme von Histogrammen berechnet werden, indem die Differenz zwischen jeder Histogrammklasse und dem geschätzten Wert mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten multipliziert werden, und aus diesen Produkten die Summe gebildet wird (siehe Gleichung 5).

$$E\{Loss|\hat{\theta}\} = \sum L(\theta - \hat{\theta}) * P(\theta) \quad (5)$$

2.3 Bayessche Methoden

Unter Bayesschen Methoden wird generell die Aktualisierung von Wahrscheinlichkeiten unter Eintreten neuer Informationen verstanden, sog. bedingter Wahrscheinlichkeiten. Der Kern dieser Methoden ist der Satz von Bayes, welcher die bedingte Wahrscheinlichkeit berechnet, indem Prior-Daten mit neuen Beobachtungen, der sogenannten Likelihood, kombiniert wird, um die Posterior-

Wahrscheinlichkeit zu erhalten (Efron, 2013; Lynch, 2005). Dieser Prozess der Bayessche Inferenz hilft die Unsicherheiten zu quantifizieren (Box & Tiao, 1992; Davidson-Pilon, 2015).

Eine algorithmische Methode die Posterior-Verteilung aus der Prior-Verteilung und der neu beobachteten Daten abzuleiten ist der Metropolis-Hastings-Algorithmus, welcher ein Markow-Chain-Monte-Carlo-Verfahren (MCMC) ist (Hastings, 1970; Metropolis et al., 1953). Dabei werden Markow-Ketten erstellt, die zufällig neue Kandidatenwerte ($\hat{\theta}$) aus vorherigen Stichproben (θ_i) generieren (Davidson-Pilon, 2015; De La Varga & Wellmann, 2016; Gilks, 2005; Metropolis et al., 1953). Dieser Kandidatenwert wird anhand einer Vorschlagsverteilung $q(\hat{\theta}|\theta_i)$ in Gleichung 6 generiert (Gilks, 2005):

$$q(\hat{\theta}|\theta_i) = \theta_i + \epsilon_i \quad (6)$$

Wobei ϵ_i ein Zufallswert einer Normalverteilung $N = (0, \sigma)$ ist (De La Varga & Wellmann, 2016; Gilks, 2005). Der neu vorgeschlagene Kandidatenwert kann entweder akzeptiert oder abgelehnt werden. Bei Akzeptanz wird der neue Wert $\hat{\theta}$ als Ausgangspunkt für die nächste Iteration verwendet, sodass der akzeptierte Wert θ_{i+1} zu θ_i wird (De La Varga & Wellmann, 2016). Die Bedingung, ob der Kandidatenwert akzeptiert oder abgelehnt wird hängt vom Akzeptanzverhältnis $a(\hat{\theta}, \theta)$ ab:

$$a(\hat{\theta}, \theta) = \frac{p(\hat{\theta}) * p(y|\hat{\theta})}{p(\theta) * p(y|\theta)} \quad (7)$$

Dabei bezeichnen $p(\hat{\theta})$ und $p(\theta)$ die Prior-Wahrscheinlichkeiten für den Kandidatenwert $\hat{\theta}$ und den aktuellen Wert θ , während $p(y|\hat{\theta})$ und $p(y|\theta)$ die jeweiligen Likelihoods darstellen (De La Varga & Wellmann, 2016). Nach i Stichprobenziehungen aus der Verteilung konvergiert das MCMC-Verfahren gegen die Zielverteilung, wodurch letztendlich die Posterior-Verteilung generiert wird (Gilks, 2005). Die ersten n Iterationen der MCMC werden verworfen, um die Abhängigkeit vom Startwert zu reduzieren. In der Literatur wird diese Phase als Burn-in-Phase bezeichnet (Davidson-Pilon, 2015; Gilks, 2005).

3. Methodik

3.1 Aufbau der Loss Function der Bohrtiefe

Im Folgenden wird die benutzerdefinierte Loss Function der Bohrtiefe definiert, bei der ein Risikofaktor verwendet wird, der unterschiedliche Risikoaffinitäten in Bezug auf Über- und Unterschätzung bewertet (Davidson-Pilon, 2015). Ein Risikofaktor (r) von 0,5 spiegelt einen sehr risikoaversen, 1 einen risikoneutralen und 1,5 einen risikoaversen Entscheidungsansatz wider (Stamm et al., 2019). Im Fall der Bohrtiefe wird die Unterschätzung stärker gewichtet als die Überschätzung, da eine drastische Unterschätzung der Bohrtiefe zu einem Stillstand der Bohrarbeiten führen kann. Zur Bemessung des Verlusts wird eine Bohrkostenfunktion der Fraunhofer-Einrichtung für Energieinfrastrukturen und Geothermie (IEG) genutzt. Die Überschätzung der Bohrtiefe wird dem Verlust mittlerer Kosten pro abweichenden Bohrmeter bestraft. Daraus ergibt sich die Loss Function der Bohrtiefe (L_B), welche zur Berechnung der erwarteten Verluste genutzt werden kann. Dabei ist θ der tatsächliche Wert der Bohrtiefe:

$$L_B(\theta, \hat{\theta}) = \begin{cases} \left((0,262446 * \hat{\theta} + 2508,990455) * (\hat{\theta} - \theta) \right) * r & , \text{für } \hat{\theta} \geq \theta \\ \left(0,131223 * (\theta - \hat{\theta})^2 + 2508,990455 * (\theta - \hat{\theta}) \right) * \frac{1}{\sqrt{r}} & , \text{für } \hat{\theta} < \theta \end{cases} \quad (8)$$

3.2 Anwenden des Metropolis-Hastings-Algorithmus

Zur Berechnung der Posterior-Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind die aktualisierte Mächtigkeit- und Tiefenwerte auf Basis der Seismik Niederrhein verwendet worden (Geologischer Dienst

Nordrhein-Westfalen, 2024). Die mittlere Tiefe des Massenkalks am Untersuchungspunkt hat sich auf Basis der aktualisierten Daten um circa. 200 m in größere Tiefen verschoben, bei gleichbleibender Standardabweichung der abgeleiteten Tiefe.

Die Berechnungen mit dem Metropolis-Hastings-Algorithmus wurden an 100.000 MCMC-Iterationen durchgeführt, mit einer zusätzlichen Burn-in-Phase von 1000 Stichproben. Für die Schrittweite ϵ_i wurde eine Standardabweichung von 72 Meter für die Mächtigkeit und 109 Meter für die Tiefe verwendet.

3.3 Berechnung des erwarteten Verlusts

Zur Berechnung der erwarteten Verluste werden Histogramme der Mächtigkeit und der Tiefe erzeugt (z.B. Abb. 3), bei denen die Anzahl der Klassen anhand der Scott-Regel ermittelt wird (Scott, 1979). Anschließend wird für jede Klasse der erwartete Verlust berechnet, mit der entsprechenden Wahrscheinlichkeit multipliziert und summiert, um eine Funktion der erwarteten Verluste zu erhalten, um einen Tiefenwert für minimale zu erwartende Verlust zu berechnen.

4. Ergebnisse

4.1 Ergebnisse der Loss Function

Die asymmetrische Loss Function der Bohrtiefe für verschiedene Risikoaffinitäten ist in Abbildung 2 dargestellt. Für risikoaffine und risikoneutrale Entscheidungsträger sind bei einer Unterschätzung des Risikos höhere Verluste zu erwarten als bei einer Überschätzung. Lediglich die risikoaversen Entscheidungsträger haben bei einer Unterschätzung geringere Verluste als bei einer Überschätzung. Dabei liegen die berechneten Verluste im Prior-Modell, welche erreicht werden können, zwischen 0 € und 1.000.000 €.

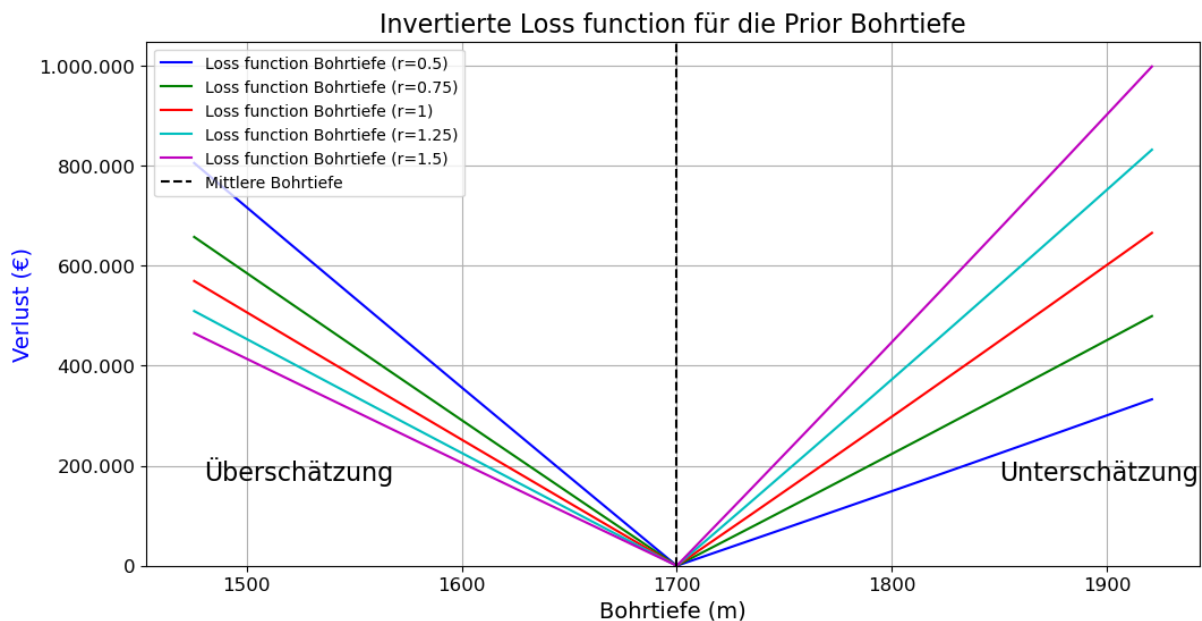


Abb. 2: Loss Function der Bohrtiefe unter Berücksichtigung verschiedener Risikopräferenzen: Risikoaverse Entscheidungsträger mit $r=0,5$ sowie $r=0,75$, risikoneutrale Entscheidungsträger mit $r=1$, sowie risikoaffine Entscheidungsträger mit $r=1,25$ sowie $r=1,5$. Die Abbildung zeigt die jeweiligen Verluste bei einer Überschätzung und Unterschätzung der Bohrtiefe.

4.2 Ergebnisse der Posterior-Verteilungen

D in Abbildung 3 dargestellten Prior- und Posterior-Histogramme der Bohrtiefen ergeben sich aus der Kombination der jeweiligen Prior- und Posterior-Verteilungen von Mächtigkeit und Tiefe des Tops-Massenkalks. Die Prior-Bohrtiefenverteilung zeigt eine Normalverteilung mit einem Mittelwert von 1700 Meter, einem Minimum von etwa 1476 Meter und einem Maximum von rund 1921 Meter. Die Posterior-Bohrtiefenverteilung eine geringere Standardabweichung als die Prior-Verteilung auf, und ist insgesamt zu größeren Tiefen verschoben, was in der Tiefeninformation aus der Niederrheinseismik begründet ist.

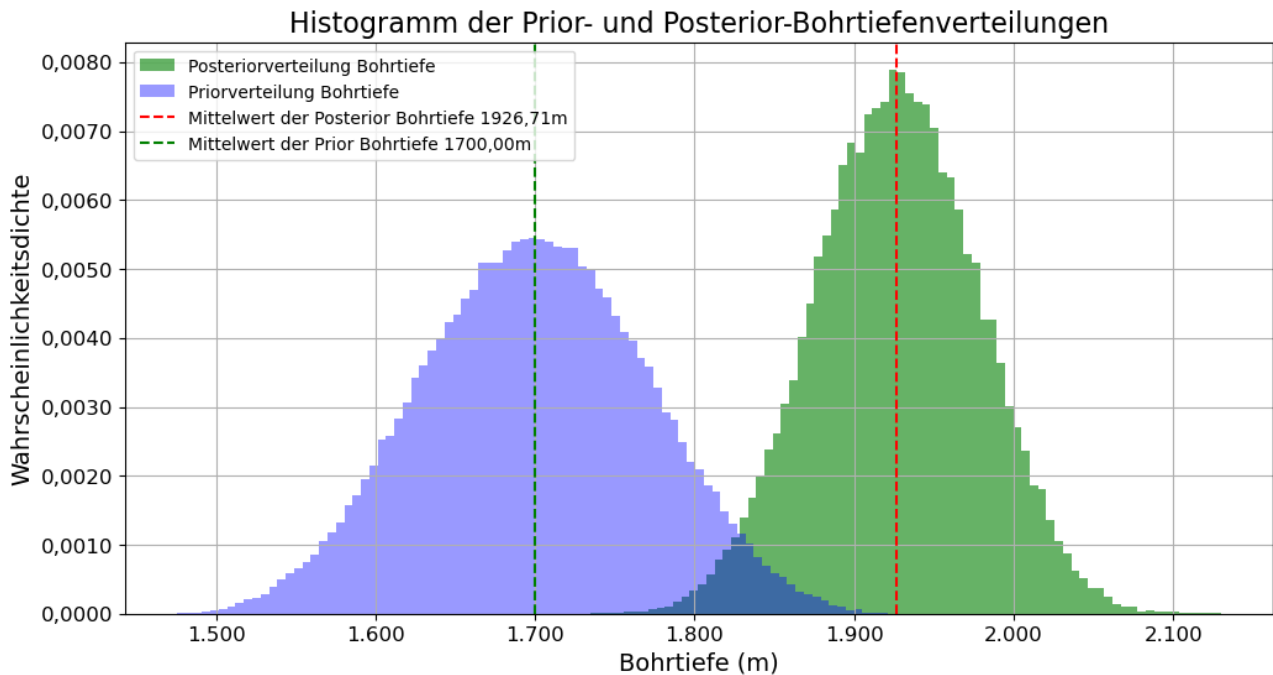


Abb. 3: Histogramm der Normalverteilten Prior- und Posterior-Verteilung der Bohrtiefe mit den markierten Mittelwerten der Prior-Verteilung von 1700 Meter und der Posterior-Verteilung von ~1927 Meter.

4.3 Ergebnisse der erwarteten Verluste

Die erwarteten Verluste der Bohrtiefe sind für das Histogramm der Prior-Bohrtiefe in Abbildung 4 sowie für das Histogramm der Posterior-Bohrtiefe in Abbildung 5 dargestellt. Eine sehr risikoaverse Entscheidung weist in beiden Modellen den geringsten minimalen erwarteten Verlust sowie die geringste Bohrtiefe auf. Es lässt sich beobachten, dass der minimale erwartete Verlust in beiden Modellen mit steigender Risikoaffinität zunimmt und mit der Bohrtiefe korreliert. Es lässt sich beobachten, dass für den sehr risikoaversen und den risikoaversen Entscheidungsträger ein geringeres Risiko eines Verlusts bei flacheren Bohrtiefen im Vergleich zu größeren Bohrtiefen besteht. Die Differenz des größten und des kleinsten minimalen erwarteten Verlusts beträgt im Prior-Modell 41.271,16 €. Der Verlauf der Kurven der erwarteten Werte zeigt eine hohe Übereinstimmung mit dem der Prior-Daten. Es lässt sich beobachten, dass die Verteilung der Posterior-Bohrtiefen von den eher risikoaversen Entscheidungsträgern unterhalb des Mittelwerts und von den übrigen Entscheidungsträgern über dem Mittelwert geschätzt wird. Die Differenz des größten und des kleinsten erwarteten Verlusts bei Posterior-Bohrtiefe beträgt 29.335,18 €. Im Vergleich der Prior- und Posterior-Daten zeigt sich für den sehr risikoaversen Entscheidungsträger eine Differenz von 33.710,30 €, während sie für den sehr risikoaffinen Entscheidungsträger bei 45.646,28 € liegt, und damit um Größenordnungen unterhalb üblicher Investitionsvolumen einer Bohrung.

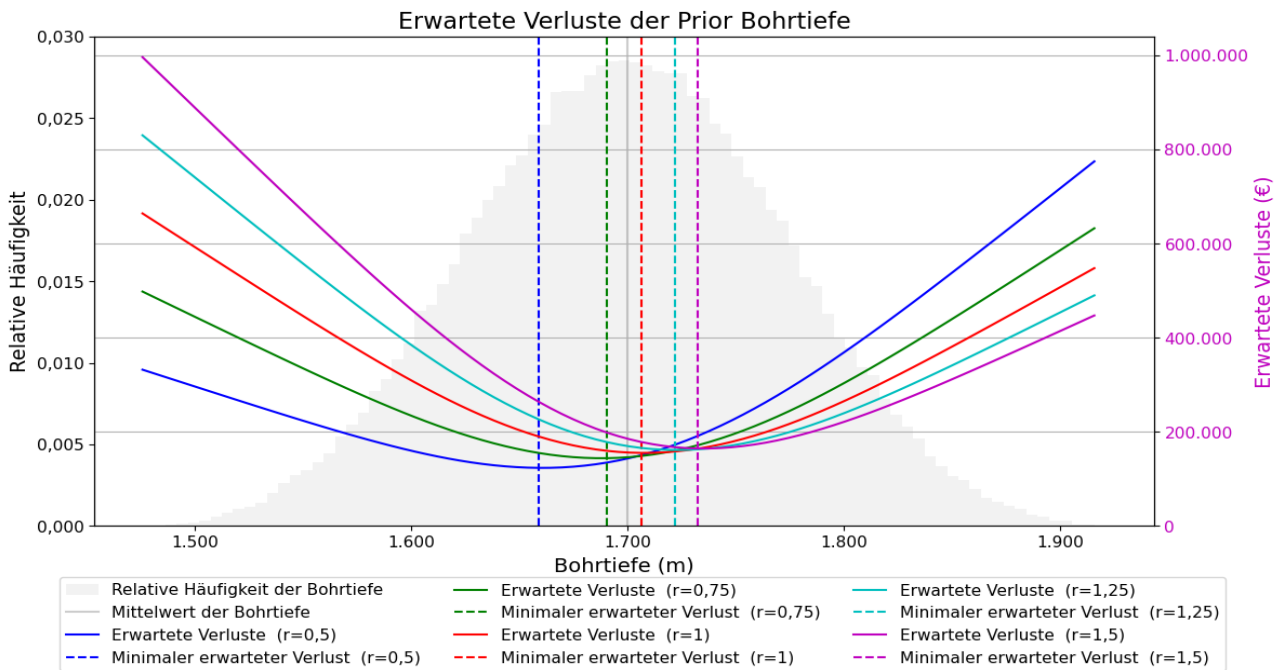


Abb. 4: Erwartete Verluste der Prior Bohrtiefe basierend auf dem Histogramm der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Prior Bohrtiefe. Die minimalen erwarteten Verluste für jeden Entscheidungsträger sind markiert, ebenso wie der Median der Prior Bohrtiefe.

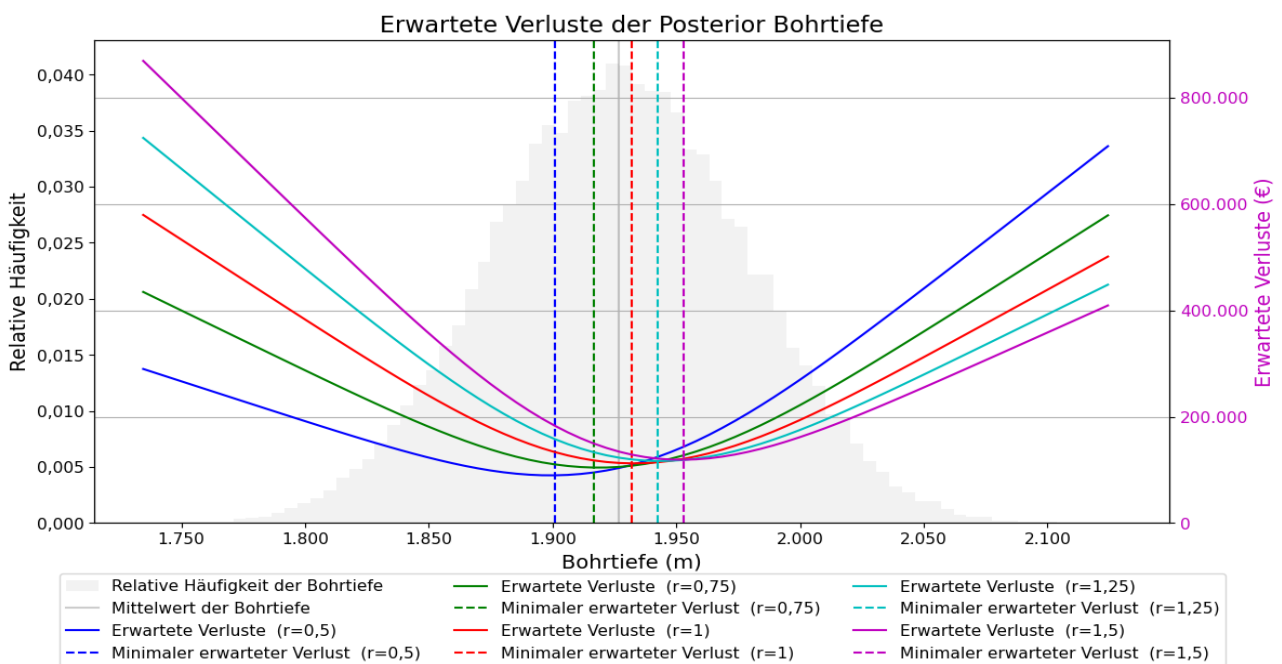


Abb. 5: Erwartete Verluste der Posterior Bohrtiefe basierend auf dem Histogramm der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Posterior Bohrtiefe. Die minimalen erwarteten Verluste für jeden Entscheidungsträger sind markiert, ebenso wie der Median der Posterior Bohrtiefe.

5. Diskussion

Die vorliegende Arbeit demonstriert die Anwendung des Loss Function-Ansatzes in Kombination mit Bayesschen Methoden auf Bohrtiefenplanung (Stamm et al., 2019). Des Weiteren konnte nachgewiesen werden, dass Entscheidungsträger mit unterschiedlichen Risikoaffinitäten zu verschiedenen Einschätzungen hinsichtlich der optimalen Bohrtiefe gelangen. Die geringere

Standardabweichung der Posterior-Verteilung impliziert eine Reduktion der Unsicherheiten durch neue Explorationsmaßnahmen (hier Niederrheinseismik).

Die Loss Function der Unter- und Überschätzung der Bohrkosten wird aus der Bohrkostenfunktion „IEG“ abgeleitet (Pöschko, 2024). Diese verzeichnet eine leichte Überschätzung der Bohrkosten im Vergleich zu den gängigen Bohrkostenfunktionen der bestehenden Literatur (Daniilidis et al., 2017; Limberger et al., 2014; Lukawski et al., 2014; Welter, 2018). Der Verlust wird anhand der zusätzlichen Bohrkosten der Tiefe beschrieben. Eine tiefere Bohrung eröffnet jedoch auch die Möglichkeit, durch die höhere Temperatur höhere potenzielle Einnahmen zu erzielen. Die Integration zusätzlicher Einnahmen oder etwaiger Verluste bei geringeren Bohrtiefen in den Loss Function-Ansatz ist Gegenstand künftiger Forschungsarbeiten, da diese im vorliegenden Modell nicht berücksichtigt werden können. Bei der erstmaligen Aufstellung der Loss Function in Abhängigkeit von der Bohrtiefe wurde eine vereinfachte Annahme getroffen, um eine transparente und nachvollziehbare Kostenstruktur abzubilden und sich auf die quantitativen Kostenaspekte der Bohrtiefe zu konzentrieren. Die Berücksichtigung der Temperaturzunahme, und damit höherer thermischer Leistungen, erfolgt implizit, da eine Unterschätzung der Bohrkosten zu einem höheren Verlust führt als eine Überschätzung. Somit wird die Tendenz abgebildet, dass eine Unterschätzung die Opportunitätskosten der höheren Wärmeerträge berücksichtigt.

Die Prior-Verteilungen der Tiefe und der Mächtigkeit wurden durch DoubletCalc (Mijnlieff et al., 2015) Simulationen vorgeben. DoubletCalc setzt die min. und max. Werte für die Tiefe auf beispielsweise +/- 10 % des Medians. Die resultierenden Verteilungen reflektieren eine Dreiecksverteilung anstelle einer Normalverteilung (Johnson & Kotz, 1999, Pöschko, 2024). Dabei kommt es zu einer Überschätzung der Wahrscheinlichkeit von größeren Abweichungen vom Mittelwert und einer Unterschätzung von Abweichungen, die vom Mittelwert nur geringfügig divergieren.

Die in Abbildung 3 dargestellte Posterior-Wahrscheinlichkeitsverteilung der Bohrtiefe weist im Vergleich zur Prior-Wahrscheinlichkeitsverteilung eine geringere Breite auf, was auf eine geringere Standardabweichung zurückzuführen ist. Dies bestätigt die Reduktion der Unsicherheit durch die Verwendung der neuen Informationen und die Anwendung des Metropolis-Hastings-Algorithmus. Die Schrittweite zur Vorschlagserstellung eines neuen Kandidatenwerts im Metropolis-Hastings-Algorithmus wurde basiert auf einer Normalverteilung $N(0, \sigma)$, um einen Kompromiss zwischen Genauigkeit und Effizienz des Algorithmus zu erzielen (Roberts & Rosenthal, 2001). Die Standardabweichung wurde so gewählt, dass ein Kompromiss des Akzeptanzverhältnisses aus den Annahmen von Roberts & Rosenthal (2001) und Tarantola (2005) getroffen wurde, welcher in beiden Annahmen enthalten ist. Die Posterior-Verteilungen der Mächtigkeit und Tiefe konvergiert mit zunehmender Iterationszahl gegen die Zielverteilung (Pöschko, 2024). Außerdem ist zu erkennen, dass die Unsicherheit der Verteilungen mit zunehmender Iteration abnimmt (Pöschko, 2024). Betrachtet man die Bohrtiefenspanne zwischen Minima unterschiedlicher Risikoaffinitäten ist deutlich, dass diese Spannweite innerhalb der Kontingenz von Bohrprojekten liegt, also solche Spannen mit eingeplant werden. Darüber hinaus ist die Reduktion der minimalen Verluste durch Hinzunehmen neuer Informationen aus der 2D-Seismik mit circa. 45.000 € deutlich unter den Investitionen einer solchen. Hier sind weitere Analysen bezüglich des Informationswertes (Value of Information) sinnvoll. Abseits der Vergleiche verschiedener Risikoaffinitäten zeigt sich der Nutzen von Loss-Functions bei der Betrachtung einzelner Kurven. Am Beispiel des Risikoneutralen Falls zeigt eine Unterschätzung von circa 100 m zur tatsächlichen Reservoirtiefe bereits zu erwartende Verluste von über 200.000 €, signifikante Mehrkosten für ein Bohrprojekt, welches auf circa. 2 km

Tiefe ausgelegt ist. Bei der Anwendung auf andere unsichere Parameter, wie z.B. die Fließrate, ist mit noch größerer Auswirkung zu rechnen.

Die Resultate bekräftigen die Nützlichkeit der Methodik und demonstrieren prinzipiell den Wert zusätzlicher Informationen zur Reduktion des erwarteten Verlusts unter Unsicherheit. Im Posterior-Modell (Abbildung 5) sind die minimalen erwarteten Verluste für die Bohrtiefe geringer als im Prior-Fall (Abbildung 4). Dies untermauert die Eignung Bayesscher Methoden als Grundlage für eine präzisere Schätzung im Entscheidungsprozess unter Unsicherheit. Die geringeren minimalen erwarteten Verluste im Posterior-Modell resultieren aus der geringeren Standardabweichung, welche eine Reduktion der Entscheidungsunsicherheit mit sich bringt, welche wiederum den erwarteten Verlust für jeden Entscheidungstragenden reduziert (Stamm et al., 2019). Damit bestätigen sich probabilistische Geomodellierungen als ein wertvolles Werkzeug zur Entscheidungsunterstützung in der Exploration.

5. Fazit

Die Anwendung Bayesscher Modelle mit benutzerdefinierten Loss Functions in der geothermischen Exploration führt zu einer präziseren Schätzung der optimalen Bohrtiefe und quantifiziert, bzw. reduziert verknüpfte Unsicherheiten. Die präsentierte Studie zeigt, dass die Berücksichtigung zusätzlicher Informationen die Risikoanalyse und Entscheidungsfindung verbessert, indem der erwartete Verlust für die Entscheidungstragenden sinkt. Diese Methodik zeigt das Potenzial probabilistischer Ansätze zur Unterstützung fundierter Entscheidungen in der Erschließung neuer geothermischer Projekte. Diese Methodik kann auf weitere Felder der Geothermie übertragen werden, wie die Dimensionierung der Obertageinfrastruktur, der Wärmenetze und der erzeugten thermischen Leistung.

Referenzen

- BECKERS, K. F., LUKAWSKI, M. Z., ANDERSON, B. J., MOORE, M. C., & TESTER, J. W.: Levelized costs of electricity and direct-use heat from Enhanced Geothermal Systems. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 6(1), (2014), 013141.
- BERGER, J. O.: Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis. *Springer New York* (1985).
- BOX, G. E. P., & TIAO, G. C.: Bayesian inference in statistical analysis (Wiley classics library ed). *Wiley* (1992).
- CLAUSER, C.: Geothermal energy use in Germany—Status and potential. *Geothermics*, (1997), 203–220.
- DANIILIDIS, A., ALPSOY, B., & HERBER, R.: Impact of technical and economic uncertainties on the economic performance of a deep geothermal heat system. *Renewable Energy*, 114, (2017), 805–816.
- DAVIDSON-PILON, C.: Bayesian Methods for Hackers: Probabilistic Programming and Bayesian Inference. *Addison-Wesley Professional* (2015).
- DE LA VARGA, M., & WELLMANN, J. F.: Structural geologic modeling as an inference problem: A Bayesian perspective. *Interpretation*, 4(3), (2016), SM1–SM16.
- EFRON, B.: Bayes' Theorem in the 21st Century. *Science*, 340(6137), (2013), 1177–1178.
- GILKS, W. R.: Markov Chain Monte Carlo. In P. Armitage & T. Colton (Hrsg.), *Encyclopedia of Biostatistics* (1. Aufl.). *Wiley* (2005).
- HASTINGS, W. K.: Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications. *Biometrika*, 57(1), (1970), 97–109.
- HENNIG, C., & KUTLUKAYA, M.: Some Thoughts About the Design of Loss Functions. *REVSTAT-Statistical Journal*, (2007), 19-39.

- HUBER, P. J.: Robust Estimation of a Location Parameter. *The Annals of Mathematical Statistics*, 35(1), (1964), 73–101.
- JOHNSON, N. L., & KOTZ, S.: Non-Smooth Sailing or Triangular Distributions Revisited After Some 50 Years. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 48(2), (1999), 179–187.
- KETTERMANN, M., RITZMANN, O., KRUSE, B., LINßEN, T., CREMER, T., IGNACY, R., JÜSTEL, A., LEIST, J., PAITAZOGLU, R., SCHINARAKIS, K., DRAEK, M., BROEKMANS, V., & LANGE, D.: Abschlussbericht DEEP_Geothermie-Straelen. Fraunhofer IEG (2023, September 6).
- KREBS, W.: Devonian Carbonate Complexes of Central Europe. *AAPG Bulletin*, 54(5), (1970), 856–857.
- LIMBERGER, J., CALCAGNO, P., MANZELLA, A., TRUMPY, E., BOXEM, T., PLUYMAEKERS, M. P. D., & VAN WEES, J.-D.: Assessing the prospective resource base for enhanced geothermal systems in Europe. *Geothermal Energy Science*, 2(1), (2014), 55–71.
- LUKAWSKI, M. Z., ANDERSON, B. J., AUGUSTINE, C., CAPUANO, L. E., BECKERS, K. F., LIVESAY, B., & TESTER, J. W.: Cost analysis of oil, gas, and geothermal well drilling. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 118, (2014), 1–14.
- LYNCH, S. M.: Bayesian Statistics. In *Encyclopedia of Social Measurement*, Elsevier (2005), 135–144.
- MIJNLIEFF, H. F., OBDAM, A.N.M, VAN WEES, J.D.A.M., PLUYMAEKERS, M.P.D. & VELDKAMP, J.G.: DoubletCalc 1.4 Manual English Version for DoubletCalc 1.4. 3. TNO: *The Hague, The Netherlands*, 2014.
- METROPOLIS, N., ROSENBLUTH, A. W., ROSENBLUTH, M. N., TELLER, A. H., & TELLER, E.: Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *The Journal of Chemical Physics*, 21(6), (1953), 1087–1092.
- MINISTERIUM FÜR WIRTSCHAFT, INDUSTRIE, KLIMASCHUTZ UND ENERGIE DES LANDES NORDRHEIN-WESTFALEN.: Masterplan Geothermie Nordrhein-Westfalen (2024).
- PAITAZOGLU, R., CREMER, T., HÜNNEMEYER, M., IGNACY, R., JÜSTEL, A., KETTERMANN, M., LEIST, J., RUBACH, P., & RITZMANN, O.: Geothermische Wärmeversorgung für Unterglasbetriebe in Straelen. *Euro Heat&Power*, 6, (2023), 26–32.
- PÖSCHKO, L.: Analyse der Kapitalwertbasierten Bewertung von Geothermieprojekten unter Anwendung Bayesscher Entscheidungstheorien. Masterarbeit, RWTH Aachen (2024), *in preparation*
- PYRCZ, M.: 16c Data Analytics: Decision Making. [Video]. YouTube (2022, Dezember 12).
- REBER, T. J.: Evaluating opportunities for Enhanced Geothermal System-based district heating in New York and Pennsylvania (2013).
- ROBERTS, G. O., & ROSENTHAL, J. S.: Optimal scaling for various Metropolis-Hastings algorithms. *Statistical Science*, 16(4), (2001).
- SCOTT, D. W.: On Optimal and Data-Based Histograms. *Biometrika*, 66(3), (1979), 605–610.
- STAMM, F. A., DE LA VARGA, M., & WELLMANN, F.: Actors, actions, and uncertainties: Optimizing decision-making based on 3-D structural geological models. *Solid Earth*, 10(6), (2019), 2015–2043.
- TARANTOLA, A.: Inverse problem theory and methods for model parameter estimation. *Society for Industrial and Applied Mathematics* (2005).
- VARIAN, H. R.: A Bayesian Approach to Real Estate Assessment. In *Studies in Bayesian Econometric and Statistics in Honor of Leonard J. Savage*, (1975), 195–208.
- WAKEFIELD, J.: An Expected Loss Approach to the Design of Dosage Regimens Via Sampling-Based Methods. *The Statistician*, 43(1), (1994), 13.
- WEBER, E. U.: From subjective probabilities to decision weights: The effect of asymmetric loss Functions on the evaluation of uncertain outcomes and events. *Psychological Bulletin*, 115(2), (1994), 228–242.
- WELTER, S.: Technisch-ökonomische Analyse der Energiegewinnung aus Tiefengeothermie in Deutschland. Universität Stuttgart (2018).